

# Системная динамика и агентное моделирование

УСР1. Модель о распространении нового  
продукта (модель Басса)

Дисциплина для магистрантов  
специальность «Математика и компьютерные науки»  
профилизация «Компьютерная математика системный анализ»

доц. Лаврова О.А.

механико-математический факультет, БГУ, Минск

2022

# Содержательная постановка задачи

Модель Басса (Bass diffusion model, 1969) -- модель распространения нового продукта, услуги или инновации; модель потребительского рынка.

*Ограничения:* Все люди ведут себя одинаково и могут быть либо потенциальными клиентами ( $P(t)$  их количество), либо клиентами нового продукта ( $A(t)$  их количество)

*Допущение:* рост количества клиентов нового продукта объясняется эффектом рекламы и эффектом межличностных коммуникаций

*Поведение:* Изначально продукт никому не известен и для того, чтобы люди начали его приобретать, он рекламируется. В итоге определенная доля людей приобретает продукт под воздействием рекламы. Также люди приобретают продукт в результате общения с теми, кто этот продукт уже приобрел (косвенная реклама).

# Математическая модель

В качестве неизвестной величины рассматривается количество клиентов некоторого продукта или услуги  $A(t)$

Потенциальные клиенты  $P$  становятся клиентами  $A$  со скоростью (темп продаж), которая зависит от рекламы  $AdoptionFromAd$  и косвенной рекламы  $AdoptionFromWOM$

$$\frac{dA}{dt} = AdoptionFromAd + AdoptionFromWOM$$

Полагается, что скорость, соответствующая рекламе, пропорциональна числу потенциальных клиентов

$$AdoptionFromAd = P * AdEffectiveness$$

Скорость, соответствующая косвенной рекламе, при условии, что все контактируют со всеми

$$AdoptionFromWOM = A * ContactRate * \frac{P}{P + A} * AdoptionFraction$$

где  $ContactRate$  – количество контактов человека в единице времени,  $N = P + A$  – общее количество людей на рынке

$$\frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A$$

где  $k_1 = const > 0$ ,  $k_2 = const > 0$ .

# Аналитическое решение

$$\frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A$$

Постройте аналитическое решение для модели Басса, например, методом разделения переменных для заданного количества клиентов  $A_0$  в начальный момент времени  $t_0$ .

Сравните построенное аналитическое решение с решением, полученным в *Mathematica* с помощью функции DSolve.

# Качественный анализ системы

$$\frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A$$

Имеем нелинейную ДС 1-го порядка с единственным положением равновесия  $A \equiv N$ , которое является устойчивым.

Докажите устойчивость положения равновесия  $A \equiv N$ .

Анализируя математическую модель, можно определить момент времени, начиная с которого продолжать рекламу становится невыгодным. Для информации см. [А. А. Самарский, А. П. Михайлов. *Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.* -- М.: Физматлит, 2001. стр. 150]